B1

Auto mit 108 km/h $\rightarrow$ 30 m/s $\rightarrow$ $v/c = 10^{-7}$

Flugzeug mit 1080 km/h $\rightarrow$ 300 m/s $\rightarrow$ $v/c = 10^{-6}$

Rakete, Raumfahrzeug $\rightarrow$ 3000 m/s $\rightarrow$ $v/c = 10^{-5}$

$$\sqrt{1-(v/c)^2} = 1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{8}\cdot\frac{v^4}{c^4} - \frac{1}{16}\cdot\frac{v^6}{c^6} - \frac{5}{128}\cdot\frac{v^8}{c^8} - \ldots.$$

30 m/s, $\frac{v}{c} = 10^{-7}$: $1 - 5\cdot 10^{-15} - \frac{1}{8}\cdot 10^{-28} - \ldots$

300 m/s, $\frac{v}{c} = 10^{-6}$: $1 - 5\cdot 10^{-13} - \ldots$

3000 m/s, $\frac{v}{c} = 10^{-5}$: $1 - 5\cdot 10^{-11} - \ldots.$

$$1 - 5\cdot 10^{-11} = 0.999'999'999'95 \quad \ldots$$

Der 'Fehler' ist kleiner als $1 : 10^{10}$ auch bei extremen makroskopischen Geschwindigkeiten, der durch $\sqrt{\;} = 1$ gemacht wird!

Die meisten TR, die 10-12-stellig rechnen, zeigen einfach 1 für die Wurzel!

82

$$x = v/c$$

$$3599 = 3600 \cdot \sqrt{1 - x^2}$$

$$\left(\frac{3599}{3600}\right)^2 = 1 - x^2$$

$$x^2 = 1 - \left(\frac{3599}{3600}\right)^2$$

$$x = \sqrt{1 - \left(\frac{3599}{3600}\right)^2} = \frac{\sqrt{7199}}{3600} \approx 0.023'569$$

$$\underline{x = \frac{v}{c} \approx 0.023'569}$$

$v \approx 2.36\ \%$ von c

(B3)

324 km/h entspricht 90 m/s

damit ist $x = \frac{v}{c} = \frac{90}{3 \cdot 10^8} = 3 \cdot 10^{-7}$

und $x^2 = 9 \cdot 10^{-14}$

Somit wird $\sqrt{1-x^2}$ einfach 1, wenn der TR mit weniger als 14 Stellen arbeitet, was meistens bei den meisten Modellen der Fall ist.

Mit der Reihenentwicklung von (B1) erhalten wir

$$\sqrt{1-x^2} \approx 1 - \frac{1}{2} \cdot x^2 = 1 - \frac{9}{2} \cdot 10^{-14}$$

$$\Delta T = \Delta t \cdot \sqrt{1-x^2} = 24 \cdot 3600 \cdot \left(1 - 4.5 \cdot 10^{-14}\right)$$

Auf die $24 \cdot 3600$ Sekunden fehlen also $24 \cdot 3600 \cdot 4.5 \cdot 10^{-14}$ Sekunden, was $3.888 \cdot 10^{-9}$ Sekunde oder etwa 4 Nanosekunden entspricht.

Der Effekt wäre also mit heutigen Atomuhren gut messbar !!

B4

1 Nanosekunde $= 1\ \text{ns} = 10^{-9}\ \text{s}$

$\Delta s = c \cdot \Delta t = 3 \cdot 10^{8} \cdot 10^{-9} = 3 \cdot 10^{-1}\ \text{m}$

Eine Nanosekunde entspricht einem Lichtlaufweg von 30 cm.

Will man also Distanzmessungen mit einer Genauigkeit von wenigen Millimetern machen, so muss man die Lichtlaufzeit auf wenige Dutzend Picosekunden genau messen können!
(→ LRS und GPS, I7)

(35) 1 Astronomische Einheit $= 1\,AE \triangleq 1.496 \cdot 10^{11}\,m$

also $1\,AE \triangleq 1.496 \cdot 10^{11} / 3 \cdot 10^{8} = 498.667\,s$

$\cong 8.31$ Minuten

Damit gemäss DMK/DPK 3. Auflage 1984 :

Merkur	3.217	min.	~ 3 min
Venus	6.012	min.	~ 6 min
Erde	8.311	min.	~ 8 min
Mars	12.664	min.	~ 13 min
Jupiter	43.241	min.	~ 43 min
Saturn	79.278	min.	~ 1^h 19 min
Uranus	159.423	min.	~ 2^h 39 min
Neptun	249.814	min.	~ 4^h 10 min
(Pluto)	327.79	min.	~ 5^h 28 min.

B6 A misst ungleichzeitigen Orte, B die gleichzeitigen.

Dann ist l' die Eigenlänge und l die verkürzte Länge von 40 m, die A für die Rakete von B misst.

$$l = l' \cdot \sqrt{1-\left(\tfrac{v}{c}\right)^2} = 40\ \mathrm{m}$$

$$l' = l \,/ \sqrt{} = 40\ \mathrm{m} \,/ \sqrt{1-0.6^2} = 40\ \mathrm{m} \,/\, 0.8$$

$$= 40\ \mathrm{m} : \tfrac{4}{5} = 40\ \mathrm{m} \cdot \tfrac{5}{4} = \underline{50\ \mathrm{m}}$$

Für die Desynchronisation gilt

$$\Delta t' \cdot c = \Delta x' \cdot \frac{v}{c} = l' \cdot \frac{v}{c} \quad ; \quad \Delta t' = \frac{l'}{c} \cdot \frac{v}{c}$$

also $$\Delta t' = \frac{50\ \mathrm{m}}{c} \cdot 0.6 = \frac{30\ \mathrm{m}}{3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}} = 10^{-7}\ \mathrm{s} = \underline{\underline{100\ \mathrm{ns}}}$$

Für A geht diejenige Uhr von B <u>nach</u>, die in Flugrichtung vorne liegt. Die Formel für die Desynchronisation enthält ja eigentlich noch ein Minus-Zeichen!
Je grösser x', desto grösser das Hinterher-Hinken der dortigen Uhr.

B7

$$x = \frac{v}{c} \quad ; \quad \sqrt{1 - x^2} = \frac{1}{2} \quad !$$

$$\Rightarrow \quad 1 - x^2 = \frac{1}{4} \quad ;$$

$$x^2 = \frac{3}{4} \quad ;$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.866'025$$

Also $v \approx 0.866'025 \cdot c \approx 87\,\%$ von c !

B8

$$300\,km \rightarrow \frac{300\,km}{300'000\,km/s} = \frac{1}{1000}\,s = 1\,ms$$

6.8 m mit Schallgeschwindigkeit von 340 m/s

$$\rightarrow \frac{6.8\,m}{340\,m/s} = \frac{2\cdot 3.4}{100\cdot 3.4}\,s = \frac{2}{100}\,s = 20\,ms$$

Der Radiohörer wird also von den Schallwellen mit einer Verzögerung von 21 ms beglückt, von denen 20 ms in seiner Stube produziert werden !!

Der Live-Hörer im Abstand von 34 m von den Lautsprechern hört das noch <u>später</u>:

$$\frac{34\,m}{340\,m/s} = \frac{1}{10}\,s = \underline{\underline{100\,ms}} \quad !!$$

Die elektromagnetischen Wellen breiten sich eben <u>viel</u> schneller aus als Schallwellen.

B9

Nach $l' = l \cdot \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}$ (entsprechend für Δt)

hätten wir für $\frac{v}{c} > 1$ allenfalls noch <u>imaginäre Werte</u> für l' oder $\Delta t'$!!

Was soll das bedeuten ??

Schon eine Uhr, die sich mit $v = c$ bewegt, bleibt ja stehen.

Dies ist ein erstes, mathematisches Argument dafür, dass wir keine Objekte mit $v > c$ beobachten können.

Es werden in Abschnitt **E** noch stärkere physikalische Argumente folgen!

B 10

$$\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{25}{169}} = \sqrt{\frac{169-25}{169}} =$$

$$= \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$$

und umgekehrt ...

Die pythagoreische Tripel liefern also Bruchteile von c, für die der Wurzelausdruck leicht berechenbar ist.

Beispiele:

3	4	5
5	12	13
8	15	17
7	24	25
20	21	29
12	35	37
⋮	⋮	⋮

B 11

A misst die Länge von B verkürzt, wenn B schnell ist.

Richtig ist also:

Die Eigenlänge von A ist kleiner als die Eigenlänge von B.

B misst die Länge von A verkürzt, es gilt also 'erst recht' die Antwort c):

A ist echt und auch von B aus gemessen kürzer als B.

B 12

Seien im 'schnellen' System von B alle Uhren synchronisiert aus der Sicht der 'Insassen' dieses Systems.

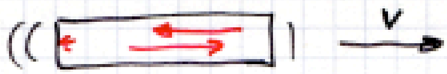
Dann sind sie doch für die Bewohner von B wirklich synchronisiert, Gebrauch und Einsatz dieser Uhren wirken sich doch so aus, wie wenn sie synchronisiert wären.

Aber eben nur für die Bewohner von B!

Wirklichkeit hat etwas Lokales und hängt vom Bezugssystem des Sprechers ab – nicht nur in der Physik.

Jetzt, anfangs Februar, haben wir wirklich Winter im Tannenfeld. Im Süden von Chile neigt sich hingegen gerade der Sommer allmählich seinem Ende entgegen. Es ist dort jetzt wirklich noch Sommer und ganz sicher nicht Winter.

B 13 Version vom 12. September 2008 !



Voraussetzung: Schwarz misst an der schnellen Uhr die Länge ℓ und die Relativgeschwindigkeit v (wie ???)
Rot misst die Eigenlänge ℓ' der ruhenden Uhr.

Rot: Misst die Zeitdauer $2\cdot\ell'/c$ für ein ganzes Tick-Tack. Zeit ist ja Weg durch Geschwindigkeit.

Schwarz: Auf dem Hinweg ('Tick') muss der Blitz den Weg $\ell'+v\cdot\Delta t_1$ zurücklegen, beim Rückweg ('Tack') aber nur $\ell'-v\cdot\Delta t_2$.
Es gelten also

$$c\cdot\Delta t_1 = \ell + v\cdot\Delta t_1 \quad \text{und} \quad c\cdot\Delta t_2 = \ell - v\cdot\Delta t_2$$

Somit

$$\Delta t_1 = \frac{\ell}{c-v} \quad \text{und} \quad \Delta t_2 = \frac{\ell}{c+v}$$

Das ganze Tick-Tack dauert also für Schwarz

$$\Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{\ell}{c-v} + \frac{\ell}{c+v} = \frac{2\cdot\ell\cdot c}{c^2-v^2}$$

Im Wissen um die Zeitdilatation (!!) sagt Schwarz deshalb:
Der Vorgang wird für Rot

$$\frac{2\cdot\ell\cdot c}{c^2-v^2}\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$ dauern !

Damit die SRT im Sinne von B3 konsistent ist, muss also gelten

$$\frac{\cancel{2}\cdot\ell'}{c} = \frac{\cancel{2}\cdot\ell\cdot c}{c^2-v^2}\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \text{Dauer des TickTacks für Rot}$$

Daraus $$\ell' = \ell\cdot\frac{c^2}{c^2-v^2}\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \ell\cdot\frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \ell\cdot\frac{1}{\sqrt{}}$$

Somit $$\underline{\ell'\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \ell}$$

Schwarz muss an der schnellen Uhr eine verkürzte Länge ℓ messen !